

## Rozšíření MA1

### Lineární diferenciální rovnice 2.řádu s konstantními koeficienty .

1. Najděte obecné řešení diferenciální rovnice

a)  $y'' - 3y' + 2y = 0$ ;

b)  $y'' - 4y' + 13y = 0$ ;

c)  $y'' + 6y' + 9y = 0$ .

2. Najděte řešení diferenciální rovnice, které splňuje dané počáteční podmínky:

a)  $y'' - y' - 2y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1$ ;

b)  $y'' - 3y' = 0$ ,  $y(0) = -2$ ,  $y'(0) = 1$ ;

c)  $y'' + 4y' + 4y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ ;

d)  $y'' - 2y' + 5y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ ;

e)  $y'' + 4y = 0$ ,  $y(0) = \sqrt{3}$ ,  $y'(0) = 2$ ;

3. Najděte řešení diferenciální rovnice  $y'' - y' - 2y = f(x)$ , které splňuje počáteční podmínky

$y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$  a kde pravá strana  $f(x)$  je (i)  $f(x) = e^{2x}$  a (ii)  $f(x) = -4x$ .

(K řešení nehomogenní rovnice užíjte metodu variace konstant.)

4. Najděte obecné řešení diferenciální rovnice (k nalezení partikulární řešení užíjte metodu odhadu):

a)  $y'' - y' - 2y = f(x)$ , kde  $f(x) := -4x; x^2 + 1; e^{2x}; 3e^x; xe^{-2x}; \cos x + \sin x; \cos 2x$ .

b)  $y'' - y' = f(x)$ , kde  $f(x) := 8 \sin 2x; e^x \sin x; e^{2x}(\cos x + \sin x)$ .

c)  $y'' + 4y' + 4y = f(x)$ , kde  $f(x) := 3x - 1; 2e^{3x}; e^{2x}; e^{2x} \cos x; \cos x - 4 \sin x$ .

d)  $y'' - 2y' + 5y = f(x)$ , kde  $f(x) := (x + 1)e^x; 2x; e^{-x} \cos x; e^x \sin 2x$ .

4. Najděte řešení diferenciální rovnice  $y'' + y' = 4x - 2 \sin x$ , které splňuje počáteční podmínky

$y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ ;

(K nalezení partikulárního řešení užíjte metodu odhadu.)

5. Najděte řešení diferenciální rovnice  $y'' - 4y' + 13y = e^{-x} \sin 2x$ , které splňuje počáteční podmínky

$y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ . (Při odhadu řešení rovnice s pravou stranou užíjte také komplexní exponenciálu.)